

# DIFRACCIÓN DE FRAUNHOFER. DOBLE RENDIJA Y RED.

Ruiz Muñoz, Juan Manuel

1 de mayo del 2022

## 1 Objetivo de la práctica

Haciendo uso de una doble rendija determinaremos la anchura de cada una,  $b$ , iguales en este caso, y la separación entre ambas,  $d$ , ayudándonos de la figura de difracción de Fraunhofer. Además, se estudiará cómo afecta la variación de estos parámetros en la patrón de difracción observado.

Una vez estudiada la doble rendija se procederá a determinar el número de líneas por milímetro de un par de redes de difracción.

Este último caso es una generalización de la doble rendija a un número  $N$  pues en la red tendremos una cantidad considerable de aberturas por milímetro. En una red de 5 milímetros y con una frecuencia espacial de 500 *líneas/mm* tendremos un total de 2500 rendijas equiespaciadas.

## 2 Fundamentos Teóricos

Supongamos que iluminamos una pared con una fuente puntual que emite un haz de luz monocromático y plano. Para ello, imaginemos que utilizamos un láser, que se caracterizan por esto último.

A su vez, éste lo proyectamos sobre una pantalla. En ella observamos, como es de esperar, un punto de luz justo en el lugar donde el láser apunta. Ahora bien, **¿qué ocurriría si colocáramos un obstáculo, con un agujero, entre el láser y la pantalla?**

Pues podemos encontrarnos con diversos escenarios. Uno de ellos es que la altura a la que coloquemos el láser no coincida con la del agujero y por tanto el láser no llegue a la pantalla, quedándose a medio camino.

Otro caso, es que el láser se coloque a una altura idónea, en la que el haz de luz pase por el agujero y pueda proyectarse sobre la pantalla. En ésta situación debemos de considerar varios casos más. Y es que en función de la anchura de dicho agujero tendremos que ocurre una cosa u otra.

Si la anchura del agujero es grande, en comparación con la separación entre máximos en el frente de onda plano generado por el láser (longitud de onda,  $\lambda$ ), tendremos una situación idéntica, en esencia, a la inicial. El haz plano al atravesar dicho agujero no se verá afectado, por decirlo de alguna manera, no observaremos los efectos de los bordes en la pantalla de observación. Observaremos un pico de luz en la zona de 'impacto', en esencia.

Sin embargo, si la longitud de onda del frente plano es comparable, en tamaño, con la anchura de la abertura tendremos que, en la pantalla, observaremos cosas nuevas. Veremos un pico central luminoso, como antes, además de varios picos, de menor intensidad, a ambos lados, presentando simetría. Esto será debido a los efectos del borde de la ranura que hemos colocado a mitad de camino, que provocará que la luz presente 'perturbaciones' al pasar cerca de los bordes, **difracción**. En cierta manera, se podría decir que la luz 'cambia de dirección'.

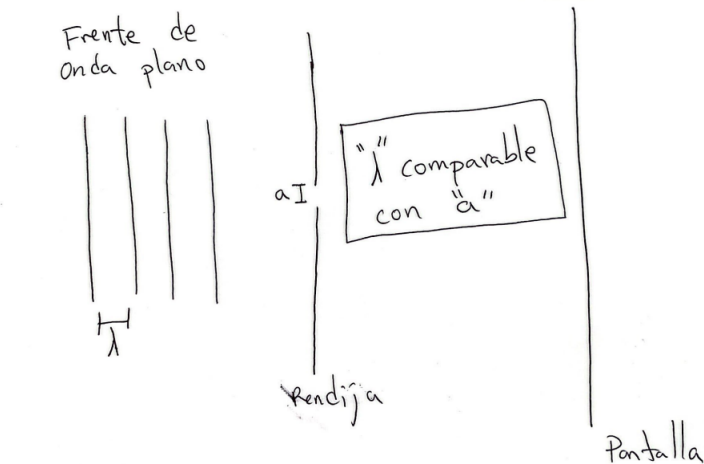


Figura 2.1: Esquema que muestra cuando la anchura de la ranura, situada entre láser y pantalla, es comparable con la longitud de onda del haz plano.

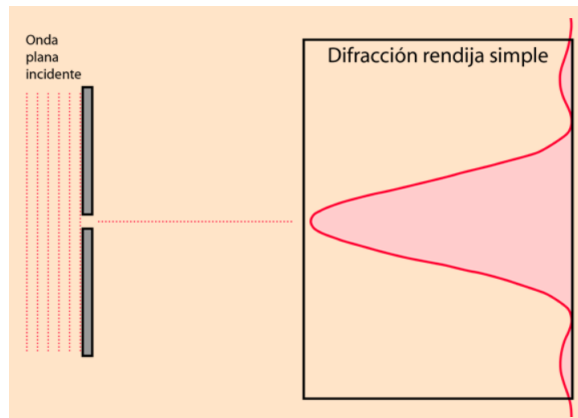


Figura 2.2: Figura de difracción para un haz plano que atraviesa una abertura de tamaño comparable con la longitud de onda.

Ahora bien, podemos preguntarnos también **¿qué ocurrirá si en lugar de una abertura colocamos dos, separadas unas cierta distancia?**

En el primer caso, podíamos observar el fenómeno de difracción. Ahora, al tener dos focos puntuales, en lugar de uno, nos generan dos frentes de onda cilíndricos (por proyección en el plano, esféricos realmente) que interaccionarán entre sí, dando lugar a puntos en los cuales se 'refuercen' (máximos) y otros en los que se 'destruyan' (mínimos). Tendremos así un nuevo fenómeno, el de **interferencia**. Cabe mencionar que, a pesar, de ser una situación algo distinta a la de una abertura las figuras de difracción que nos encontraremos en ambos casos serán bastante afines entre sí. Y es que, en ambas, observaremos un máximo central 'rodeado' por máximos de menor intensidad que **SIEMPRE** tendrán una anchura igual a la mitad que la del máximo,  $H = 2\Delta$ .

No nos alargaremos más en esto, debemos de restringirnos a las veinte hojas y todavía debemos de desarrollar algunas expresiones mostradas en el guión. Con ello, cabe solo mencionar lo que sigue.

Ahora que disponemos de dos ranuras, si tapamos una de ellas observaremos que lo que ocurre es lo que teníamos al principio. Una figura de difracción en la que en el centro tenemos un máximo y que va disminuyendo en intensidad a medida que nos alejamos de este punto.

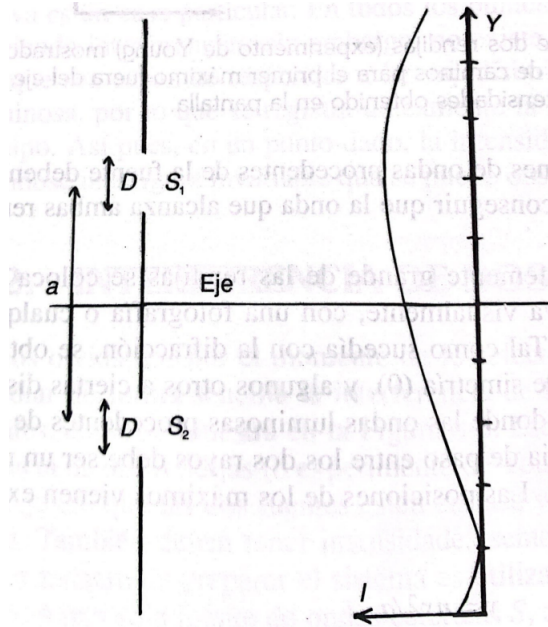


Figura 2.3: Figura de difracción al tapar una de las dos aberturas en la doble rendija.

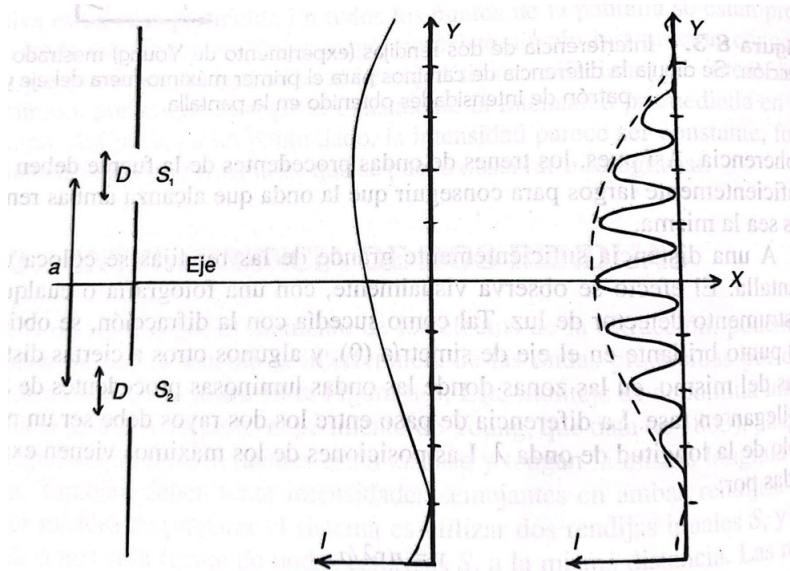


Figura 2.4: Figura de difracción al pasar el haz plano por las dos aberturas. Se observa un máximo central, desplazado al eje de simetría, modulado por la envolvente de una rendija.

Cuando dejamos pasar la luz por la segunda rendija observamos un patrón similar. Vemos un máximo central el cual se encuentra modulado por el de una rendija. Es una rendija de anchura el doble que los máximos secundarios que contiene franjas luminosas en su interior, picos. El máximo central viene caracterizado por la envolvente de todos los picos de intensidad en su 'interior', como bien se observa en el laboratorio y contaremos en la primera parte de la práctica,  $N$ .

Con ello, la intensidad que tendremos en la pantalla de observación vendrá dada por la expresión (1).

$$I = 4A_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \cos^2 \gamma, \quad (1)$$

con los parámetros  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $A_0$  definidos de la siguiente forma:  $\beta = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta$ ,  $\gamma = \frac{\pi d}{\lambda} \cos \theta$  y  $A_0 = ab/R$  siendo, de nuevo,  $a$  una constante de proporcionalidad. El valor de  $\theta$  viene dado por el ángulo que subtendido por cualquier entre un rayo cualquiera y el eje de simetría del sistema.

Por tanto, observaremos los máximos en la pantalla cuando se dé que el factor del coseno sea máximo, es decir, cuando  $\gamma = \pm m\pi$  donde  $m \in \mathbb{Z}$ .

Así, se tiene que  $\frac{\pi d}{\lambda} \cos \theta = \pm m\pi$  siendo así  $\sin \theta = \pm m \frac{\lambda}{d}$ . Con consideramos que trabajaremos en una aproximación de campo lejano, condiciones de Fraunhofer, podemos realizar la aproximación de que las tangente de  $\theta$  es igual al seno de  $\theta$  que es igual a  $x/D$  en un entorno del cero, donde  $x$  es la variable que nos da una posición en la pantalla de observación. Como nos ligaremos a la condición de máximo, llamaremos a esta coordenada,  $x_{max}$ .

$$\tan \theta = \tan \frac{x_{max}}{D} = \sin \frac{x_{max}}{D} = \frac{x_{max}}{D} = \pm m \frac{\lambda}{d}$$

Tras despejar encontramos una expresión que nos da la posición de los máximos en función de los parámetros del sistema.

$$x_{max} = \pm m \frac{\lambda D}{d}, \quad (2)$$

quedando así que la distancia entre dos máximos consecutivos es  $i = D \frac{\lambda}{d}$ . Ésta sale de realizar la diferencia entre un máximo de orden  $m$  y otro de  $m+1$ . Dado uno, nos fijamos en el consecutivo.

Fijémonos ahora en la **envolvente** de la figura de difracción. Por un razonamiento similar al anterior, los mínimos de la envolvente se dará cuando el parámetro  $\beta$  sea igual a un múltiplo, distinto de cero, de  $\pi$ . Se llega entonces, a que  $x_{min} = \pm p \frac{\lambda D}{b}$  donde  $p \in \mathbb{Z} - \{0\}$ .

Ahora la 'interfranja' será  $\Delta = \pm \frac{\lambda D}{b}$ . No debemos de confundirnos y pensar que estamos hablando de la interfranja,  $i$ . En este caso estamos hablando de la distancia entre mínimos consecutivos que nos dará también la anchura del máximo colocado entre ambos. En la expresión de la interfranja para máximos,

*i*, hablamos de la distancia entre máximos consecutivos de la figura interferencial. Sin embargo, cuando hablamos de la 'interfranja', entre mínimos hacemos referencia a la distancia entre mínimos de la envolvente de la figura interferencial observada en la pantalla. Esto puede llegar a crear confusión pues normalmente cuando hablamos de interfranja hacemos referencia a la distancia entre máximos o mínimos consecutivos, a la vez, pues ésta se mantiene igual tanto si la medimos entre mínimos o entre máximos. De nuevo, recalcar que  $\Delta$  es la distancia entre mínimos de la envolvente, que nos da a la vez la anchura de los máximos secundarios de la misma.

Así, se puede comprobar experimentalmente, que la anchura de los máximos secundarios y la del central siempre cumplirán que  $H = 2\Delta$ .

### 3 Materiales

Esta práctica se 'dividirá' en dos partes. En la primera haremos uso de varias dobles rendijas. Para la determinación de los parámetros  $b$  y  $d$  se hará uso de los siguientes materiales:

- **Banco óptico.**
- **Fuente de luz monocromática.** Nosotros utilizaremos un láser de luz verde de  $\lambda = 532 \text{ nm}$ .
- **Lentes convergentes,**  $f'_1 = 20 \text{ mm}$  y  $f'_2 = 200 \text{ mm}$ .
- **Sistemas de dobles rendijas.** Nosotros utilizaremos dos de diferente separación,  $d_1 = 0.75 \text{ cm}$  y  $d_2 = 1 \text{ cm}$ .
- Un **diafragma.** Con el controlaremos cuánta luz llega a la pantalla variando el diámetro del mismo.
- **Cinta métrica.**

Por el otro lado, para la segunda parte de la práctica, tendremos que disponer de algunos materiales más:

- Dos **redes de difracción** de diferente frecuencia espacial.

Se hará uso de los materiales de la primera parte sustituyendo las dobles rendijas por las redes y prescindiendo de las lentes  $L_1$  y  $L_2$ .

## 4 Desarrollo experimental y medidas

### 4.1 Doble Rendija

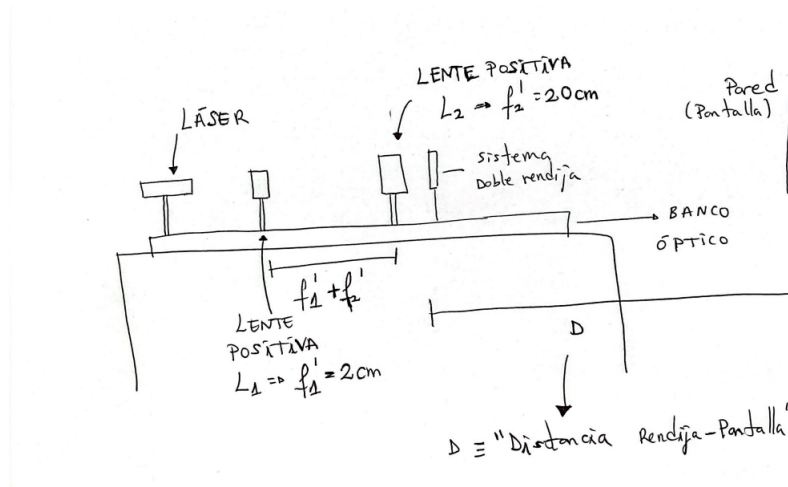


Figura 4.1.1: Montaje para la primera parte de la práctica. Sistema de doble rendija en aproximación de campo lejano.

Se colocarán las lentes de tal manera que al sistema de doble rendija llegue un haz plano. Para ello, en primer lugar nos ocupamos de colocar el sistema de lentes y con ayuda de un folio (se puede utilizar otra cosa) nos cercioramos que la proyección del haz que sale del mismo no variará su tamaño al cambiar la posición respecto de la salida. Se observará la proyección de una circunferencia.

Teóricamente, esto sucederá cuando la distancia entre las lentes,  $L_1$  y  $L_2$  sea igual a la suma de sus focales,  $f_1'$  y  $f_2'$ . Tendremos un sistema afocal.

La luz no viene 'colimada' del infinito. Experimentalmente esto no nos sucede pues la distancia de la primera lente,  $L_1$ , al láser es finita. Sin embargo, en ocasiones considerarlo es una buena aproximación.

El soporte para colocar nuestra doble rendija lo colocaremos a continuación de nuestro sistema de lentes, encontrándose así con el haz plano, que sale del mismo. Nos ocuparemos de que la distancia entre la doble rendija y la pantalla de observación sea lo más grande posible.

En nuestro caso proyectaremos el haz resultante sobre la pared de la habitación del laboratorio. En cualquier otra circunstancia adaptaremos nuestro experimento intentando, siempre que se pueda, que dicha distancia sea la mayor posible para que nuestra aproximación de Fraunhofer sea lo más acertada posible.

Una vez tengamos el sistema correctamente montado e alineado podemos comenzar a realizar las medidas.

Colocado el láser en el verde observamos la figura de interferencia que se forma en la pared. En nuestro caso, la pared se encuentra a una distancia  $D = 258.5 \text{ cm}$  de la doble rendija. Además, vamos a cuantificar el error con un valor de medio centímetro,  $D = 258.5 \pm 0.5 \text{ cm}$ .

Teniendo claro cuál es nuestro objetivo, determinar experimentalmente la anchura y separación de nuestras dobles rendijas, nos fijamos en las siguientes expresiones:

#### ANCHURA

$$b = \frac{\lambda D}{\Delta}$$

#### SEPARACIÓN

$$d = \frac{\lambda D}{i}$$

De ellas, podemos hallar lo que buscamos, solo nos hace falta averiguar experimentalmente los valores de los parámetros de los que depende cada una de ellas. Los valores de  $\lambda$  y  $D$  ya los conocemos pues el primero es la longitud de onda del verde  $\lambda = 532 \text{ nm}$ , que supondremos sin error, y la segunda la distancia rendija-pared,  $D = 258.5 \pm 0.5 \text{ cm}$ .

Cabe preguntarnos ahora, **¿cómo hacemos para encontrar  $i$  y  $\Delta$ ?** Estos parámetros son la interfranja,  $i$ , distancia entre máximos/mínimos consecutivos, y  $\Delta$  se define como  $\Delta = \frac{t}{n}$  siendo  $t$  la distancia entre dos mínimos arbitrarios. Es decir, para determinar este parámetro lo que haremos será medir experimentalmente el valor de  $t$  que será  $n$  veces el valor de  $\Delta$ . Será de gran utilidad tomar un valor de  $n$  'elevado' para reducir nuestros errores.

Para la interfranja,  $i$ , lo que haremos será reconocer el máximo central de interferencia y contar en número de franjas luminosas de extremo a extremo. A este número le llamaremos  $N$  y tendrá lugar en la siguiente expresión:

$$i = 2 \frac{\Delta}{N},$$

así que determinado el valor de  $\Delta$  y  $N$  tendremos  $i$ .

##### 4.1.1 Rendija con $b = 0.2 \text{ mm}$ y $d = 0.75 \text{ mm}$ .

Nos disponemos a determinar los valores experimentales de la anchura y separación de la primera doble rendija. Para ello, hemos realizado anteriormente el montaje, del sistema óptico mencionado, colocando el láser en el color verde.

Dada la respectiva figura de interferencia en la pantalla medimos un total de 7 franjas de luz en el máximo central,  $N = 7$ . Además, vamos a medir el valor de  $\Delta$  considerando 4 máximos secundarios,  $n = 5$ , para, de nuevo, tener más precisión y reducir nuestro error.



	$t \text{ (cm)}$	$\Delta \text{ (cm)}$
Medida 1	3.5	0.7
Medida 2	3.1	0.62
Medida 3	3.3	0.66

Tabla 4.1.1.1: Valores experimentales del parámetro  $\Delta = t/5$ .

Se han realizado 3 medidas del valor de  $t$  para reducir el error de la medida. Por tanto, el valor que tomaremos de  $\Delta$  será la media de los valores de la tabla 4.1.1.1.

Tenemos así que  $\Delta = \bar{\Delta} \pm \epsilon_{\Delta}$  donde  $\bar{\Delta} = \frac{0.70+0.62+0.66}{3} = 0.66$  y  $\epsilon_{\Delta} = 0.04 \text{ cm}$  que viene de cuantificar el error con la desviación estándar media  $\sqrt{\frac{\sum_i (\Delta_i - \bar{\Delta})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{0.0032}{2}} \approx 0.04$ . Entonces tenemos que:

$$\Delta = 0.66 \pm 0.04 \text{ cm.}$$

Se dispone ahora de los valores experimentales de  $N$  y  $\Delta$  con lo que estamos en condiciones de hallar el valor de la interfranja  $i = 2\frac{\Delta}{N} \pm \epsilon_i$ , donde  $\epsilon_i = 2\frac{\epsilon_{\Delta}}{N} \approx 0.016$ . Tenemos entonces que el valor experimental de la interfranja es:

$$i = 0.189 \pm 0.016 \text{ cm.}$$

Se tiene ya todos los parámetros necesarios para determinar los valores de anchura y separación del objeto de estudio. Tendremos que la anchura de la rendija es:

$$b = \frac{\lambda D}{\Delta} \pm \epsilon_b,$$

siendo  $\epsilon_b = b\sqrt{\left(\frac{\epsilon_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\epsilon_{\Delta}}{\Delta}\right)^2} = 0.208\sqrt{\left(\frac{0.5}{258.5}\right)^2 + \left(\frac{0.04}{0.66}\right)^2} \approx 0.013 \text{ mm}$ , puesto que  $b = \frac{5.32 \times 10^{-4} \text{ mm } 258.5 \text{ cm}}{0.66 \text{ cm}} \approx 0.208 \text{ mm}$ .

$$b = 0.208 \pm 0.013 \text{ mm}$$

Por otro lado, la separación entre rendijas será  $d = \frac{\lambda D}{i} \pm \epsilon_d$  siendo  $\epsilon_d =$

$d\sqrt{\left(\frac{\epsilon_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\epsilon_i}{i}\right)^2} = 0.73\sqrt{\left(\frac{0.5}{258.5}\right)^2 + \left(\frac{0.016}{0.189}\right)^2} \approx 0.06 \text{ mm}$  puesto que  $d = \frac{5.32 \times 10^{-4} \text{ mm } 258.5 \text{ cm}}{0.189 \text{ cm}} \approx 0.73 \text{ mm}$ .

$$d = 0.73 \pm 0.06 \text{ mm}$$

#### 4.1.2 Rendija con $b = 0.2 \text{ mm}$ y $d = 1 \text{ mm}$ .

Nos disponemos a determinar los valores experimentales de la anchura y separación de la segunda doble rendija. Para ello, procedemos igual que en la anterior.

Dada la respectiva figura de interferencia en la pantalla medimos un total de 9 franjas de luz en el máximo central,  $N = 9$ . Además, vamos a medir el valor

de  $\Delta$  considerando 4 máximos secundarios,  $n = 5$ , para, de nuevo, tener más precisión y reducir nuestro error.

	$t \text{ (cm)}$	$\Delta \text{ (cm)}$
Medida 1	3.3	0.66
Medida 2	3.4	0.68
Medida 3	3.3	0.66

Tabla 4.1.1.2: Valores experimentales del parámetro  $\Delta = t/5$ .

Se han realizado 3 medidas del valor de  $t$  para reducir el error de la medida. Por tanto, el valor que tomaremos de  $\Delta$  será la media de los valores de la tabla 4.1.1.2.

Tenemos así que  $\Delta = \bar{\Delta} \pm \epsilon_{\Delta}$  donde  $\bar{\Delta} = \frac{0.66+0.68+0.66}{3} = 0.670$  y  $\epsilon_{Delta} = 0.012 \text{ cm}$  que viene de cuantificar el error con la desviación estándar media  $S_{\Delta} = \epsilon_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_i (\Delta_i - \bar{\Delta})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{0.0003}{2}} \approx 0.012$ . Entonces tenemos que:

$$\Delta = 0.670 \pm 0.012 \text{ cm.}$$

Se dispone ahora de los valores experimentales de  $N$  y  $\Delta$  con lo que estamos en condiciones de hallar el valor de la interfranja  $i = 2\frac{\Delta}{N} \pm \epsilon_i$ , donde  $\epsilon_i = 2\frac{\epsilon_{\Delta}}{N} \approx 0.003$ . Tenemos entonces que el valor experimental de la interfranja es:

$$i = 0.148 \pm 0.003 \text{ cm.}$$

Se tiene ya todos los parámetros necesarios para determinar los valores de anchura y separación del objeto de estudio. Tendremos que la anchura de la rendija es:

$$b = \frac{\lambda D}{\Delta} \pm \epsilon_b,$$

siendo  $\epsilon_b = b\sqrt{\left(\frac{\epsilon_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\epsilon_{\Delta}}{\Delta}\right)^2} = 0.205\sqrt{\left(\frac{0.5}{258.5}\right)^2 + \left(\frac{0.012}{0.670}\right)^2} \approx 0.004 \text{ mm}$ , puesto que  $b = \frac{5.32 \times 10^{-4} \text{ mm } 258.5 \text{ cm}}{0.67 \text{ cm}} \approx 0.205 \text{ mm}$ .

$$b = 0.205 \pm 0.004 \text{ mm}$$

Por otro lado, la separación entre rendijas será  $d = \frac{\lambda D}{i} \pm \epsilon_d$  siendo  $\epsilon_d =$

$d\sqrt{\left(\frac{\epsilon_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\epsilon_i}{i}\right)^2} = 0.93\sqrt{\left(\frac{0.5}{258.5}\right)^2 + \left(\frac{0.003}{0.148}\right)^2} \approx 0.02 \text{ mm}$  puesto que  $d = \frac{5.32 \times 10^{-4} \text{ mm } 258.5 \text{ cm}}{0.148 \text{ cm}} \approx 0.93 \text{ mm}$ .

$$d = 0.93 \pm 0.02 \text{ mm}$$

Estos son los resultados que hemos obtenido a la hora de realizar la oportunas medidas y determinando, experimentalmente, los valores de separación y anchura de cada una de las dobles rendijas. Presentemos ahora el conjunto de resultados en una tabla para poder comparar y discutir de manera más sencilla los mismos.

<b>Teórico</b>	$b$ (mm)	$d$ (mm)
Primera Rendija	0.2	0.75
Segunda Rendija	0.2	1

Tabla 4.1.1: Valores teóricos de la separación  $d$  y la anchura  $b$ .

<b>Experimental</b>	$b$ (mm)	$\epsilon_b$ (mm)	$d$ (mm)	$\epsilon_d$ (mm)
Primera Rendija	0.208	0.013	0.73	0.06
Segunda Rendija	0.205	0.004	0.93	0.02

Tabla 4.1.2: Valores experimentales de la separación  $d$  y la anchura  $b$ .

Podemos apreciar en las tablas anteriores que los valores obtenidos experimentalmente son bastante cercanos a los esperados teóricamente. A pesar de no ser exactamente los mismos y de que los esperados no caigan dentro de nuestro marco de error, como la separación de la segunda rendija, podemos considerarlos como buenos.

El experimento se ha realizado en unas condiciones muy favorables para que estos resultados sean así de próximos a los reales. Tanto los materiales como el ambiente se adecuaron correctamente a la realización del mismo. La habitación se mantuvo en unas condiciones de oscuridad adecuadas para el experimento e intentamos realizar las medidas en los momentos en los que disfrutábamos de éstas condiciones de ruido. En algunos momentos era necesario encender luces. Sin embargo, nosotros fuimos cautelosos con esto y evitamos tomar medidas cuando esto ocurría.

<b>Desviación Relativa</b>	$b$ (%)	$d$ (%)
Primera Rendija	4	2.67
Segunda Rendija	2.5	7

Tabla 4.1.3: Desviación relativa de la separación  $d$  y la anchura  $b$ .

Esto se puede comprobar también analizando la desviación porcentual de nuestros resultados empíricos con los teóricos y es que las desviaciones relativas son menores del 10% para ambas rendijas tanto en la anchura como en la separación.

## 4.2 Red de Difracción

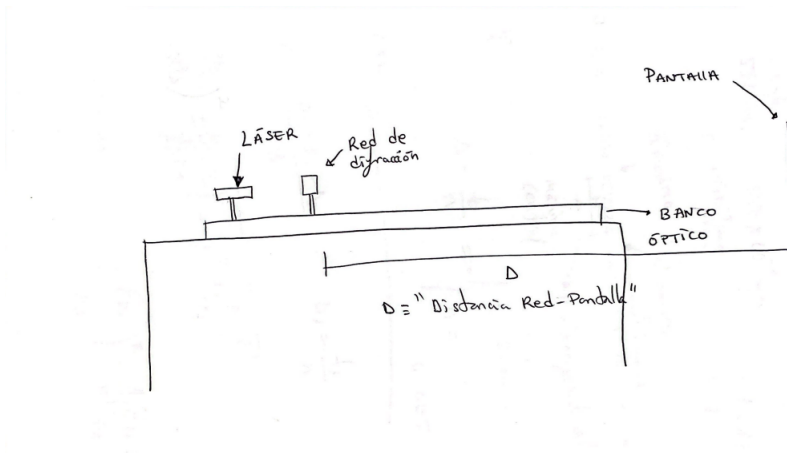


Figura 4.2.1: Montaje para la segunda parte de la práctica. Sistema de red de difracción en aproximación de campo lejano.

En esta parte no será necesario el uso de las lentes  $L_1$  y  $L_2$ . El rayo de luz verde atravesará la red de difracción directamente y de ahí se proyectará sobre la pantalla de observación. De nuevo, se intentará que la distancia hasta la pantalla, partiendo de la red, sea la mayor posible para intentar que las condiciones que suponemos, de Fraunhofer, sean lo más acertadas.

El objetivo en ésta parte será determinar experimentalmente la cantidad de rendijas por unidad de longitud que tiene una determinada red de difracción a partir de observar su figura de difracción en la pantalla de observación. **¿Cómo lo haremos?** Pues mediremos la posición de los máximos secundarios, de orden superior a cero, respecto del máximo central. Esto es algo que se puede realizar ya que consideramos como referencia al máximo central y se interpreta que éste es fijo independientemente de la red que utilicemos, es decir, lo que cambiará de una red a otra será la posición de los siguientes máximos respecto de éste.

Nosotros nos ocuparemos entonces, de intentar relacionar este suceso con la cantidad de rendijas que posee la red utilizada. Mediremos los tres máximos secundarios consecutivos al central. Esto lo haremos tanto a la izquierda como a la derecha del mismo, teniendo así dos medidas del cada máximo. Puesto que la figura de difracción presenta simetría respecto del máximo central tendremos que ambas medidas son muy similares, incluso iguales en nuestro caso.

Localizado el máximo central llamaremos  $a_1$  al primer máximo secundario, tanto a la derecha como a la izquierda,  $a_2$  al segundo y  $a_3$  al tercero, que será la última medida que tomemos.

El que midamos ésta distancia es por el hecho de que la frecuencia espacial de

la red viene relacionada con ella tal que:

$$\nu_i = \frac{a_i}{m\lambda D},$$

donde  $m$  es el orden del máximo,  $\lambda$  la longitud de onda del haz utilizado y  $D$  la distancia red-pantalla.

Teniendo estos valores nos será posible determinar tres valores para la frecuencia espacial. Tomaremos como valor aceptado la media de los tres y su error vendrá dado por la desviación típica media.

#### 4.2.1 Red de 80 *lineas/cm*.

	$a_1$ (cm)	$a_2$ (cm)	$a_3$ (cm)
<b>Izquierda</b>	1.2	2.5	3.8
<b>Derecha</b>	1.2	2.5	3.8

Tabla 4.2.1.1: Valores de distancia, en *cm*, para los máximos secundarios a ambos lados del central.

Vemos en la tabla anterior que tanto a la derecha como a la izquierda, del máximo central, las medidas tomadas, para los máximos de ordenes superiores, son idénticas. Esto se debe a que tenemos simetría y las medidas que hemos tomado se prestan poco a desviaciones. Las hemos tomado con una cinta métrica y cada una de ellas ha sido tomada por uno de nosotros (somos dos) para evitar que las medidas no se presten a una única interpretación. Ambos coincidíamos a la hora de tomar las medidas con la cinta métrica.

Como en cualquier medida tenemos un error que, que en este caso, tomaremos como la mitad de la precisión del aparato de medida. Las medidas de la tabla 4.2.1.1 tienen todas un error de 0.05 *cm*.

Con los datos de la tabla 4.2.1.1 podemos construir la tabla 4.2.1.2 con los respectivos valores de  $\nu_i$ :

$\nu_1$ (lineas/cm)	$\nu_2$ (lineas/cm)	$\nu_3$ (lineas/cm)	$\bar{\nu}$ (lineas/cm)	$\epsilon_\nu$ (lineas/cm)
75.7	78.9	79.9	78	2

Tabla 4.2.1.1: Valores experimentales para la frecuencia espacial, en *lineas/cm*, para los máximos secundarios a ambos lados del central. Las dos últimas columnas nos dan el valor medio de las tres primeras y la dispersión respecto de la media, desviación media estándar.

$$\epsilon_\nu = S_\nu = \sqrt{\frac{\sum_i (\nu_i - \bar{\nu})^2}{N - 1}} = \frac{3.12}{\sqrt{2}} \approx 2 \text{ lineas/mm}.$$

Para crear la tabla anterior se ha considerado una  $D = 298.0 \pm 0.5$  *cm* y una  $\lambda = 5.32 \times 10^{-5}$  *cm*. Además, para cada uno de los máximos se ha considerado su  $m$  del orden correspondiente para la expresión  $\nu_m = \frac{a_m}{m\lambda D}$ .

Tenemos así, que el valor experimental para la frecuencia espacial de la primera red de difracción es:

$$\nu = 78 \pm 2 \text{ lineas/cm.}$$

#### 4.2.2 Red de 60 lineas/mm

	$a_1 \text{ (cm)}$	$a_2 \text{ (cm)}$	$a_3 \text{ (cm)}$
<b>Izquierda</b>	10.8	21.5	32.6
<b>Derecha</b>	10.8	21.5	32.6

Tabla 4.2.2.1: Valores de distancia, en  $cm$ , para los máximos secundarios a ambos lados del central.

Vemos en la tabla anterior que tanto a la derecha como a la izquierda, del máximo central, las medidas tomadas, para los máximos de ordenes superiores, son idénticas. Esto se debe a que tenemos simetría y las medidas que hemos tomado se prestan poco a desviaciones. Las hemos tomado con una cinta métrica y cada una de ellas ha sido tomada por uno de nosotros (somos dos) para evitar que las medidas no se presten a una única interpretación. Ambos coincidíamos a la hora de tomar las medidas con la cinta métrica.

Como en cualquier medida tenemos un error que, que en este caso, tomaremos como la mitad de la precisión del aparato de medida. Las medidas de la tabla 4.2.2.1 tienen todas un error de  $0.05 \text{ cm}$ .

Con los datos de la tabla 4.2.2.1 podemos construir la tabla 4.2.2.2 con los respectivos valores de  $\nu_i$ :

$\nu_1 \text{ (lineas/mm)}$	$\nu_2 \text{ (lineas/mm)}$	$\nu_3 \text{ (lineas/mm)}$	$\bar{\nu} \text{ (lineas/mm)}$	$\epsilon_\nu \text{ (lineas/mm)}$
68.0	67.8	68.5	68.1	0.4

Tabla 4.2.1.1: Valores experimentales para la frecuencia espacial, en  $lineas/mm$ , para los máximos secundarios a ambos lados del central. Las dos últimas columnas nos dan el valor medio de las tres primeras y la dispersión respecto de la media, desviación media estándar.

$$\epsilon_\nu = S_\nu = \sqrt{\frac{\sum_i (\nu_i - \bar{\nu})^2}{N - 1}} = \frac{0.51}{\sqrt{2}} \approx 0.4 \text{ lineas/mm.}$$

Para crear la tabla anterior se ha considerado una  $D = 298.0 \pm 0.5 \text{ cm}$  y una  $\lambda = 5.32 \times 10^{-4} \text{ mm}$ . Además, para cada uno de los máximos se ha considerado su  $m$  del orden correspondiente para la expresión  $\nu_m = \frac{a_m}{m\lambda D}$ .

Tenemos así, que el valor experimental para la frecuencia espacial de la segunda red de difracción es:

$$\nu = 68.1 \pm 0.4 \text{ lineas/mm.}$$

Comparemos ahora, en tablas, los resultados experimentales con los teóricos.

<b>Teórico</b>	$\nu$ ( <i>lineas/cm</i> )
Primera Red	80
Segunda Red	600

Tabla 4.2.1: Valores teóricos de la frecuencias espacial,  $\nu$ .

<b>Experimental</b>	$\nu$ ( <i>lineas/cm</i> )	$\epsilon_\nu$ ( <i>lineas/cm</i> )
Primera Red	78	2
Segunda Rend	681	4

Tabla 4.2.2: Valores experimentales de la frecuencias espacial,  $\nu$ .

En las dos anteriores tablas se pueden observar los valores teóricos y los que hemos obtenido experimentalmente. Vemos que para la primera red, de 80 *lineas/cm* el valor que hemos sacado de las medidas no está muy alejado del real. Sin embargo, para la segunda red encontramos que la discrepancia entre el valor teórico y el experimental es considerable y a tener en cuenta.

<b>Desviación Relativa</b>	$\nu$ (%)
Primera Rendija	2.5
Segunda Rendija	13.5

Tabla 4.2.3: Desviación relativa de la frecuencia espacial experimental respecto de la teórica,  $\nu$ .

## 5 Análisis e interpretación de los resultados

Hablemos ahora de los resultados experimentales que hemos obtenido a partir de nuestras medidas.

Los resultados son bastante buenos, ya que como hemos visto en los resultados éstos son muy cercanos a los teóricos en la mayoría de casos. Basta echar un vistazo a los valores de las desviaciones relativas en cada uno de los apartados, tanto para las dobles rendijas como para las redes de difracción.

Los valores de  $\Delta$  se observa que no varían considerablemente entre las dos rendijas siendo así la interfranja,  $i$  la que cambia con el cambio de rendija y es que debemos de darnos cuenta de que  $i = 2\frac{\Delta}{N}$ . Como el número de franjas luminosas en el máximo central aumenta cuando aumentamos la separación entre las rendijas tenemos que en la segunda doble rendija, que hemos utilizado,  $N = 9$  mientras que en la primera  $N = 7$  ya que sus separaciones son 1 *mm* y 0.75 *mm*, respectivamente.

Que  $\Delta$  no cambie de una rendija a otra es algo esperado pues la anchura de las rendijas es igual para ambas dobles rendijas,  $b = 0.2$  *mm* y  $b = \frac{\lambda D}{\Delta}$ . Como la distancia entre rendija y pantalla,  $D$ , se mantiene igual en ambos casos y se utiliza siempre el color verde en el láser podemos dar una explicación de porqué ocurre esto.

Además, fijándonos en la expresión para la separación entre rendijas,  $d = \frac{\lambda D}{i}$ , vemos que depende de la interfranja, como ésta varía con el aumento de separación podemos apreciar que la interfranja de la segunda doble rendija es menor que la de la primera pues ésta depende de ella de forma inversa.

Por último, notar que la anchura del máximo central,  $H$ , se mantendrá igual para ambas pues  $H = 2\Delta = 2\frac{\lambda D}{b} \approx 1.40 \pm 0.05 \text{ cm}$ , según medimos nosotros con la cinta métrica. Esto nos dice que hasta que no variemos la anchura de las rendijas no tendremos que la anchura del máximo central cambia. Como el número de franjas luminosas, contenidas en el mismo, va aumentando, a medida que lo hace la separación entre rendijas, tendremos que a más aumentemos la separación entre las rendijas el número de franjas luminosas irá aumentando en una región de anchura  $H = 1.4 \text{ cm}$ .

Para la parte de las redes de difracción cambiamos el valor de  $D$  sin embargo, éste se mantuvo invariante durante toda esta parte.

Manteniendo como referencia el máximo central y suponiendo que este siempre se mantiene en el eje de simetría de la figura interferencial formada por la red observamos que la distancia hasta los siguientes máximos va aumentando a medida que lo hace el número de rendijas por unidad de longitud. Si aumenta la frecuencia espacial de la red de difracción también lo hará la distancia de los máximos secundarios, respecto del central, en la figura de interferencia creada en la pantalla de observación.

Hay que decir que la red de difracción no deja de ser un sistema como el de la doble rendija pero que en lugar de tener solo dos rendijas tiene una cantidad mucho mayor. Como la anchura del máximo central depende en esencia de la anchura de las rendijas de la red y vemos que el máximo central es 'puntual' podemos decir que la anchura de las rendijas en la red es mayor que la que teníamos en los sistemas de dobles rendijas ya que la  $H$  en este caso es menor a la que teníamos antes.

En cuanto a las 'grandes' desviaciones que hemos obtenido en algunos de los resultados **¿A qué se pueden deber?:**

- Para medir hicimos uso de una cinta métrica. Ésta abulta demasiado a la hora de realizar medidas y dificulta considerablemente la medida. Hay que añadir que teníamos un espacio muy reducido en el laboratorio.
- En ocasiones carecíamos de toda la oscuridad que a nosotros nos hubiera gustado, ya fuera porque se encendían luces o porque compañeros pasaban de una habitación a otra.
- En la parte de las dobles rendijas utilizamos como pantalla de observación una placa blanca donde colocamos con unas pinzas un folio para realizar las marcas que nos permitieran realizar las medidas de forma más cómoda con la cinta métrica.

En diversas ocasiones nos vimos obligados a repetir las medidas pues, sin



querer, se nos movía el papel ya que la sujeción que teníamos no era muy estable.

- Para las medidas en las redes de difracción prescindimos de la placa, donde sujetábamos el folio, y hicimos uso de un armario que había al final de la habitación. En él, la figura de difracción, se proyectaba justo sobre el ancho de una de las baldas. Hicimos las medidas directamente con la cinta métrica.

Esto pudo provocar que en algunas de ellas no estiráramos bien la cinta métrica y midiéramos de más.

- La aproximación de Fraunhofer no fuera la correcta. Puede que no consiguiéramos dar las mejores condiciones en algunas de las medidas.
- No alineáramos adecuadamente el sistema. Algunos de los componentes no se encontraban adecuadamente ajustados al banco (por causas externas a nosotros). Si se movió la mesa o se dio algún golpe pudo desalinearse el sistema sin que nos diéramos cuenta.

Éstas son algunas de las causas que pudieron provocar que, algunas medidas se nos vayan considerablemente del valor teórico. No obstante, hay que decir, que los resultados son bastante satisfactorios, incluso en aquellos en los que presentamos una mayor desviación relativa.

Normalmente cuando hemos obtenido desviaciones relativas superiores al diez por ciento hemos repetido las medidas. En este caso parece ser que no lo hicimos en la frecuencia espacial de la segunda red de difracción. Ésta fue la última que estuvimos midiendo. En muchas ocasiones hemos tenido problemas a la hora de montar adecuadamente los sistemas ópticos, sobretudo a la hora de alinearlos. Ese día gastaríamos parte del tiempo en el montaje y supongo, buenamente, que no tuvimos más tiempo para repetir las últimas medidas.

Como comentario extra, decir que en esa práctica hubo un lío con las redes de difracción y se mezclaron. Tal vez, la red de difracción que utilizamos era de 700 *lineas/cm* en lugar de 600 *lineas/cm*.

## 6 Bibliografía

- [https://www.uv.es/zuniga/3.2\\_Propagacion\\_de\\_errores.pdf](https://www.uv.es/zuniga/3.2_Propagacion_de_errores.pdf)
- <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/phyopt/mulslid.html>
- Guión de la práctica 5 de la asignatura de Técnicas Experimentales III del curso 2021-2022 de la Universidad de Alicante, UA, proporcionado por el profesorado encargado de la asignatura.
- Apuntes de clase de la asignatura de Óptica II correspondientes al primer bloque, Bloque I, del curso 2021-2022.